

## ローレンツ曲線・補遺

### 4.4 ローレンツ曲線とジニ係数

ローレンツ曲線やジニ係数は、所得等のデータから求められ、不平等度を表すものである。階級  $a_{i-1} \sim a_i$  に属する人口を  $f_i$ 、所得の階級値を  $x_i$  とする。

所得の階級	度数	累積相対度数	所得	累積相対所得
$a_0 \sim a_1$	$f_1$	$F_1$	$x_1$	$T_1$
$a_1 \sim a_2$	$f_2$	$F_2$	$x_2$	$T_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$a_{k-1} \sim a_k$	$f_k$	$F_k$	$x_k$	$T_k$
合計	$n$	—	$n\mu$	—

人口の総和を  $n$ 、所得の平均値を  $\mu$  とすると、所得の総和は  $n\mu$  になる。

$$n = f_1 + f_2 + \cdots + f_k, \quad \mu = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_k f_k}{n}$$

人口の累積値を  $n$  で割った値を  $F_i$ 、所得の累積値を  $n\mu$  で割った値を  $T_i$  とする。

$$F_i = \frac{f_1 + f_2 + \cdots + f_i}{n}, \quad T_i = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_i f_i}{n\mu}$$

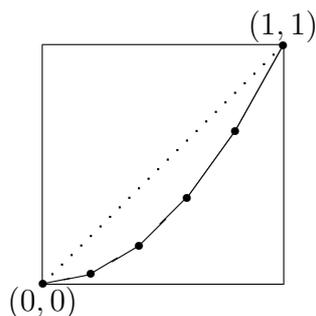
ローレンツ曲線 (Lorenz curve) 次のデータは所得  $x_i$  とする。

1    3    5    7    9

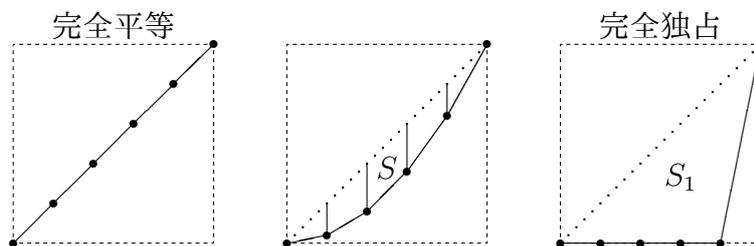
累積相対度数  $F_i$  と累積相対所得  $T_i$  は表のようになる。

度数 $f_i$	累積度数	$F_i$	所得 $x_i$	累積所得	$T_i$
	0	0.0		0	0.00
1	1	0.2	1	1	0.04
1	2	0.4	3	4	0.16
1	3	0.6	5	9	0.36
1	4	0.8	7	16	0.64
1	5	1.0	9	25	1.00
5	—	—	25	—	—

点  $(F_i, T_i)$  を順に座標平面にとり、 $(0, 0)$  から  $(1, 1)$  まで折れ線で結んだものをローレンツ曲線という。



全員の所得が等しいとき、ローレンツ曲線は (0,0) と (1,1) を通る直線となる。それを完全平等線という。



ジニ係数 (Gini coefficient) 完全平等線とローレンツ曲線で囲まれる部分の面積を  $S$  とする。  $S$  は、完全平等のとき最小 (最小値は 0) となり、完全独占のとき最大 (最大値  $S_1$ ) となる。  $G = S/S_1$  をジニ係数といい、  $0 \leq G \leq 1$  を満たす。<sup>\*v</sup>

$$S = 0.16, \quad S_1 = 0.4, \quad G = \frac{S}{S_1} = 0.4$$

ジニ係数は次の形で求めることもできる。  $\frac{1}{n(n-1)} \sum \sum |x_i - x_j|$  の部分を平均差と<sup>\*vi</sup> いう。<sup>\*vi</sup>

$$G = \frac{\text{平均差}}{2 \times \text{平均値}} = \frac{1}{2\mu} \times \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|$$

$$G = \frac{4}{2 \times 5} = 0.4$$

平均差は散布度のひとつである。ジニ係数は散布度を代表値で割った値になっているから、変動係数 CV と同種の散布度である。

<sup>\*v</sup> $G = 2S$  をジニ係数の定義とすることもある。

<sup>\*vi</sup> $\sum \sum |x_i - x_j|/n^2$  を平均差の定義とすることもある。

## 4.5 各国の不平等度

次の表は各国の所得の不平等度を示したものである。P10は10パーセント点、P50は50パーセント点、P90は90パーセント点を表し、S10は10パーセント点より低所得の階級の平均、S90は90パーセント点より高所得の階級の平均を表す。

表の数値については、“GINI”はジニ係数、“P50P10”はP50をP10で割った値、“P90P50”はP90をP50で割った値、“P90P10”はP90をP10で割った値、“S90S10”はS90をS10で割った値を表す。(Income inequality/OECD 2012)

Country	GINI	P50P10	P90P50	P90P10	S90S10
MEX Mexico	0.457	2.9	2.8	8.1	25.1
TUR Turkey	0.402	2.4	2.5	6.0	14.0
ISR Israel	0.371	2.7	2.2	6.1	13.7
LTU Lithuania	0.351	2.2	2.1	4.8	10.4
GBR United Kingdom	0.351	2.0	2.1	4.2	10.6
LVA Latvia	0.347	2.2	2.2	5.0	10.4
GRC Greece	0.340	2.5	1.9	4.9	12.2
EST Estonia	0.338	2.1	2.2	4.7	9.6
PRT Portugal	0.338	2.2	2.1	4.7	10.1
ESP Spain	0.335	2.4	2.0	4.9	11.5
NZL New Zealand	0.333	2.0	2.1	4.2	8.2
ITA Italy	0.331	2.3	2.0	4.4	11.6
JPN Japan	0.330	2.6	2.0	5.1	10.4
AUS Australia	0.326	2.2	2.0	4.4	8.8
CAN Canada	0.321	2.2	1.9	4.3	9.2
FRA France	0.308	1.9	1.9	3.6	7.7
KOR Korea	0.307	2.5	1.9	4.8	10.2
IRL Ireland	0.304	1.9	2.0	3.8	7.4
LUX Luxembourg	0.301	1.9	1.9	3.6	7.0
POL Poland	0.298	2.0	1.9	3.9	7.3
DEU Germany	0.289	1.9	1.9	3.5	6.6
HUN Hungary	0.289	2.0	1.8	3.8	7.3
NLD Netherlands	0.281	1.9	1.8	3.3	6.8
AUT Austria	0.276	2.0	1.8	3.5	7.0
SWE Sweden	0.274	1.9	1.7	3.3	6.3
BEL Belgium	0.268	2.0	1.7	3.4	5.8
FIN Finland	0.260	1.8	1.7	3.1	5.4
CZE Czech Republic	0.256	1.7	1.8	3.0	5.4
ISL Iceland	0.256	1.7	1.7	3.0	5.5
NOR Norway	0.253	1.9	1.6	3.0	6.2
SVK Slovak Republic	0.250	1.9	1.7	3.2	5.7
SVN Slovenia	0.250	2.0	1.7	3.3	5.5
DNK Denmark	0.249	1.7	1.6	2.8	5.2

## 本稿の参考文献

- 統計学入門（基礎統計学）  
東京大学教養学部統計学教室（編） 東京大学出版会 978-4-13-042065-5
- 統計学  
久保川 達也（著） 東京大学出版会 978-4-13-062921-8
- 経済・経営系のためのよくわかる統計学  
前川 功一（編著） 朝倉書店 978-4-254-12197-1
- 経済・経営系のための統計入門（事例でわかる統計シリーズ）  
景山 三平（監修） 実教出版 978-4-407-33711-2
- [www5e.biglobe.ne.jp/~emm386/statistics/](http://www5e.biglobe.ne.jp/~emm386/statistics/)