

消費者物価指数・補遺

2.6 消費者物価指数

加重算術平均・加重幾何平均・加重調和平均 データ x_1, x_2, \dots, x_n に重み w_1, w_2, \dots, w_n を付けた平均を求める。ただし、重みはすべて正数とする。加重算術平均 A は次のものである。

$$A = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum_i x_i w_i}{\sum_i w_i}$$

加重幾何平均 G は次のものである。

$$G = \sqrt[w_1 + w_2 + \dots + w_n]{x_1^{w_1} x_2^{w_2} \dots x_n^{w_n}}$$

加重調和平均 H は次のものである。-1 乗は逆数を表す。

$$H = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \dots + \frac{w_n}{x_n}} = \frac{\sum_i w_i}{\sum_i x_i^{-1} w_i} = \left(\frac{\sum_i x_i^{-1} w_i}{\sum_i w_i} \right)^{-1}$$

特に、重みがすべて等しい ($w_1 = w_2 = \dots = w_n$) ときは、通常の算術平均、幾何平均、調和平均と同じになる。

$$A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad G = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}, \quad H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

ラスパイレス指数 (Laspeyres price index) 消費者物価指数とは、消費者が購入する商品の小売価格の変動を表す指数のことである。基準年の物価を 100% とし、比較年の物価を指数で表す。ラスパイレス指数、パーシェ指数、フィッシャー指数について述べる。

基準時を 0, 比較時を t とし、各品目 i についての、基準時の価格を p_{i0} , 購入数量を q_{i0} , 比較時の価格を p_{it} , 購入数量を q_{it} とするとき、ラスパイレス指数 L は次の式で定義される。

$$L = \frac{\sum_i p_{it} q_{i0}}{\sum_i p_{i0} q_{i0}}$$

ここで価格比を $x_i = p_{it}/p_{i0}$, 基準時の購入額を $u_i = p_{i0} q_{i0}$ とおくと、 L は価格比 x_i の購入額 u_i を重みとする加重算術平均になっている。

$$L = \frac{\sum (p_{it}/p_{i0}) \times p_{i0} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} = \frac{\sum x_i u_i}{\sum u_i}$$

パーシェ指数 (Paasche price index) パーシェ指数 P は次の式で定義される。

$$P = \frac{\sum_i p_{it}q_{it}}{\sum_i p_{i0}q_{it}}$$

価格比を $x_i = p_{it}/p_{i0}$, 比較時の購入額を $v_i = p_{it}q_{it}$ とおくと, P は価格比 x_i の購入額 v_i を重みとする加重調和平均になっている。

$$P = \frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum (p_{i0}/p_{it}) \times p_{it}q_{it}} = \frac{\sum v_i}{\sum x_i^{-1}v_i} = \left(\frac{\sum x_i^{-1}v_i}{\sum v_i} \right)^{-1}$$

フィッシャー指数 (Fisher price index) ラスパイレス指数, パーシェ指数の幾何平均 (重み付きでない通常の幾何平均) をフィッシャー指数という。

$$F = \sqrt{LP} = \sqrt{\frac{\sum p_{it}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} \times \frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum p_{i0}q_{it}}}$$

参考文献

統計学

久保川 達也 (著) 東京大学出版会 978-4-13-062921-8

経済・経営系のためのよくわかる統計学

前川 功一 (編著) 朝倉書店 978-4-254-12197-1

統計学基礎 日本統計学会公式認定統計検定2級対応 改訂版

日本統計学会 (編) 東京図書 978-4-489-02227-2

<http://www.stat.go.jp/data/cpi/index.html>

消費者物価指数 (CPI) 総務省統計局

www5e.biglobe.ne.jp/~emm386/statistics/